

# PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik 9 (1981/1982)

Številka 3

Strani 138-140

Ivan Pucelj:

## INVERZOR

Ključne besede: matematika.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/9/9-3-Pucelj.pdf>

© 1982 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2009 DMFA - založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.



Ker je produkt zunanjih členov v sorazmerju enak produktu notranjih členov, dobimo odtod:

$$\overline{OT} \cdot \overline{OP} = 2r \cdot \overline{ON}$$

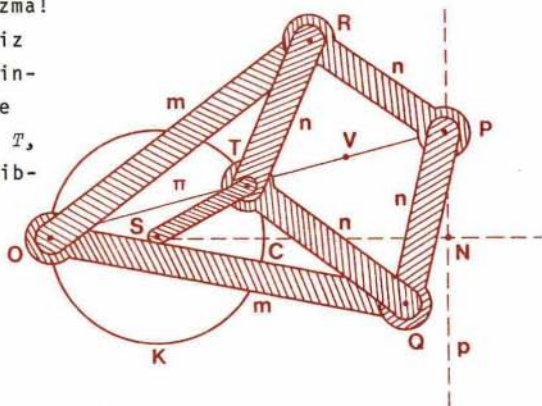
Količini  $2r$  in  $\overline{ON}$  sta v našem problemu dani in stalni, zato je tudi njun produkt stalna količina. Označimo jo z  $a^2$ , pa imamo za  $O, T, P$  pogoj

$$(1) \quad \overline{OT} \cdot \overline{OP} = a^2$$

Zelena naprava, ki naj veže točki  $O, T$  in  $P$ , mora tedaj delovati tako, da je v vsakem trenutku ustrezno pogoju (1).

4. Opišimo zgradbo mehanizma!

Kaže ga slika 2. Sestoji iz sedmih lesenih ali pa kovinskih palic, ki so vrtljive okoli krajišč  $O, Q, P, R, T, S$ , tako da je točka  $O$  negibna.



Slika 2

En del mehanizma sestavlja romb  $TQPR$  s stranico dolžine  $n$  in središčem v točki  $V$ , drugi del mehanizma ima dva kraka  $OQ, OR$  z dolžinama  $\overline{OQ} = \overline{OR} = m, m > n$ . Točka  $T$  je z ročico dolžine  $r$  povezana s središčem  $S$  krožnice  $k$ . Dolžini  $m$  in  $n$  izberemo tako, da velja zveza

$$m^2 - n^2 = a^2$$

Če je to res, je namreč produkt  $\overline{OT} \cdot \overline{OP}$ , kot vidimo iz slike 2, enak  $(\overline{OV} - \overline{VT})(\overline{OV} + \overline{VP})$ . Ta izraz pa je zaradi enakosti  $\overline{VT} = \overline{VP}$  enak  $\overline{OV}^2 - \overline{TV}^2$ . Ker se diagonali  $TP$  in  $QR$  sečeta v središču  $V$  romba  $TQPR$  pravokotno, lahko uporabimo za pravokotna trikotnika  $OVR$  in  $TVR$  Pitagorov izrek, pa dobimo

$$m^2 = \overline{OV^2} + \overline{VR^2} \qquad n^2 = \overline{TV^2} + \overline{VR^2}$$

Odtod dobimo s kratkim računom

$$\begin{aligned} \overline{OT} \cdot \overline{OP} &= \overline{OV^2} - \overline{TV^2} = (\overline{OV^2} + \overline{VR^2}) - (\overline{TV^2} + \overline{VR^2}) = \\ &= m^2 - n^2 = a^2. \end{aligned}$$

Napravo prikazano na sliki 2, imenujemo *inverzor*. Videli smo, da ustreza pogoju (1), zato prevede krožno gibanje točke  $T$  po loku  $\widehat{AB}$  v premočrtno gibanje točke  $P$  po daljici  $XY$  na premici  $p$  (seveda prevede tudi gibanje točke  $P$  v kroženje točke  $T$ ).

*Opomba.* Preslikava v ravnini, ki prireja točki  $T$  točko  $P$  po pravilu (1), in se imenuje *inverzija* v ravnini. Točka  $O$  je *središče inverzije*, število  $a^2$  je *koefficient inverzije*. S tema dvema podatkom je preslikava natančno določena. V geometrijskem pogledu ima ta preslikava veliko zanimivosti in zasluži posebne članke.

---

*Ivan Pucelj*