

# PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik 8 (1980/1981)

Številka 4

Stran 222

Marko Petkovšek:

## NALOGA O PRESEKOVEM ZNAMENJU

Ključne besede: matematika, kombinatorika, Eulerjeva formula.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/8/509-Petkovsek.pdf>

© 1981 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2010 DMFA - založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

## NALOGA O PRESEKOVEM ZNAMENJU

Presekovo znamenje (glej naslovno stran, desno spodaj) je sestavljeno iz treh krogov, ki ponazarjajo medsebojno prepletanje treh ved: matematike, fizike in astronomije. Poskusi narisati ustrezno znamenje za štiri vede! Zastopani naj bodo vsi možni preseki štirih likov, a vsak samo enkrat. Pozor: s samimi krogi najbrž ne bo šlo!

---

*Marko Petkovšek*

---

**LIST ZA MLADE**

 **MATEMATIKE**

   **FIZIKE**

 **ASTRONOME**

**IZDAJA DMFA SRS**





Kako pa vidimo, da se znamenja za 4 vede ne da sestaviti iz samih krogov?

Eulerjeva formula za povezane ravninske mnogokotniške mreže se glasi

$$o - r + p = 2$$

Tu je  $o$  - število oglišč,  $r$  - število robov in  $p$  - število polj mreže (vključno z zunanjim).

Denimo, da mrežo sestavljajo štiri krožnice. Koliko ima oglišč, robov? Dve krožnici v ravnini sta lahko brez skupnih točk, ali pa imata skupne vse svoje točke, natanko eno točko ali pa natančno dve točki. Prvi trije primeri tu ne pridejo v poštev, saj potem ne bi dobili vseh možnih presekov; prav tako se v eni točki ne smejo sekati tri ali celo več krožnic. Vsak par krožnic prispeva potemtakem natanko dve oglišči mreže. Ker lahko med štirimi krožnicami izberemo 6 različnih parov, ima mreža  $o = 6 \times 2 = 12$  oglišč.

Posamezna krožnica se seka s tremi drugimi krožnicami, tako da leži na njej 6 oglišč mreže, ki jo razdelijo na 6 lokov - robov mreže. Torej je  $r = 4 \times 6 = 24$ .

Iz Eulerjeve formule dobimo s temi podatki

$$p = r - o + 2 = 14$$

Rabili pa bi 16 polj, torej s samimi krogi ne gre. Elipsi na sliki se sekata v 4 točkah, tako da dobimo dve oglišči in 4 robove več, to pa nam da ravno dve manjkajoči polji.

Prav tak razmislek nam pokaže, da je pri  $n$  krožnicah

$$o = (n(n-1)/2) \times 2 = n^2 - n$$

$$r = n \times (2(n-1)) = 2(n^2 - n)$$

$$p = r - o + 2 = n^2 - n + 2$$

če je  $n \geq 2$ . Formula za  $p$  pa očitno velja tudi pri  $n = 1$ .

Označimo  $k(n) = n^2 - n + 2$  in  $p(n) = 2^n$ . Velja

$$k(n) = p(n) \quad \text{za } n = 1, 2, 3$$

$$k(n) < p(n) \quad \text{za } n \geq 4$$

S samimi krogi lahko narišemo le znamenja za 1, 2 ali 3 vede.

---

*Marko Petkovšek*

---