

PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik 7 (1979/1980)

Številka 2

Stran 107

Dušan Repovš:

NENAVADNA PREMICA

Ključne besede: matematika, geometrija, elementarna geometrija, matematično razvedrilo.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/7/428-Repovs.pdf>

© 1979 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

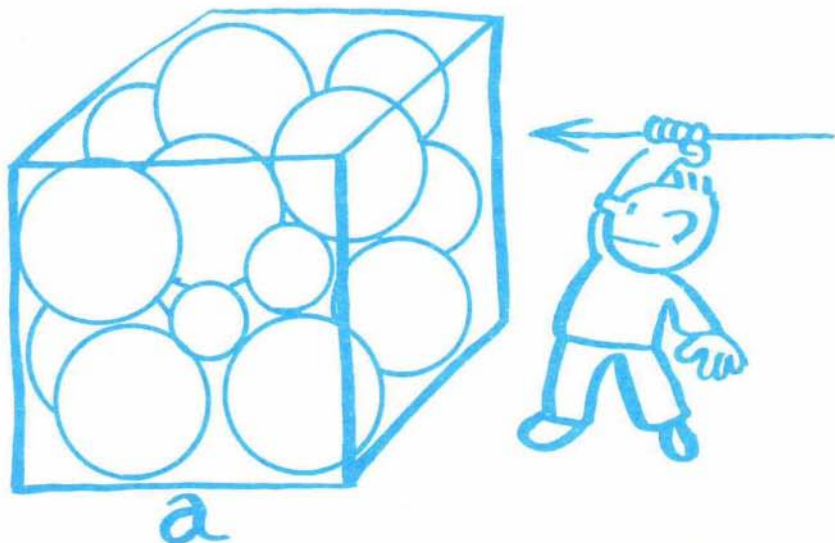
© 2010 DMFA - založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.



NENAVADNA PREMICA*

Znotraj kocke z robom a se nahaja nekaj krogel s skupno površino S , ki je večja od na^2 . Dokaži, da obstaja premica, ki seka vsaj $\left[\frac{n}{4}\right] + 1$ teh krogel in je pravokotna na eno stransko ploskev. (Oglati oklepaj $[x]$ pomeni največje celo število, ki ne presega realnega števila x .)



Dušan Repovš

* Prispevek je ilustriral *Božo Kos*

REŠITVE NALOG



NENAVADNA PREMICA - rešitev s str. 107

Vzemimo nasprotno, da taka premica ne obstaja. Projiciramo vse kroglice na eno od stranskih ploskev kocke. Potem je vsaka točka te ploskve prekrita z največ

$$\left[\frac{n}{4} \right] + 1 - 1 = \left[\frac{n}{4} \right]$$

projekcijami, ker bi v nasprotnem primeru v eni izmed točk na tej stranski ploskvi obstajala normala, ki bi sekala vsaj

$\left[\frac{n}{4} \right] + 1$ kroglo, kar pa bi bilo se-vé v nasprotju z našo predpostavko.

To pa pomeni, da je vsota vseh ploščin projekcij, torej ploščin na vseh velikih krogov (glavnih krogov) teh krogel

$P \leq \left[\frac{n}{4} \right] a^2$. Ker je površina kroglice 4 krat večja od ploščine njenega glavnega kroga, je res

$$S \leq 4 \left[\frac{n}{4} \right] a^2 \leq 4 \cdot \frac{n}{4} \cdot a^2 = na^2$$

kar pa je v očitnem protislovju s predpostavko, da ta površina presega na^2 . Torej iskana normala vedno obstaja - vedno lahko najdemo premico z zahtevano lastnostjo.

Dušan Repovš

Literatura:

- [1] Скворцов А.И. - Сборник задач по элементарной математике, Наука, Москва, 1976
- [2] Matematičko-fizički list, Zagreb, 23 (1972/73) 3