

# PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik 6 (1978/1979)

Številka 3

Strani 165

Dušan Repovš:

## TETIVNI ČETVEROKOTNIK

Ključne besede: matematika, geometrija, olimpijada, četverokotnik, naloge.

Elektronska verzija:

<http://www.presek.si/6/368-Repovs-cetverokotnik.pdf>

© 1979 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

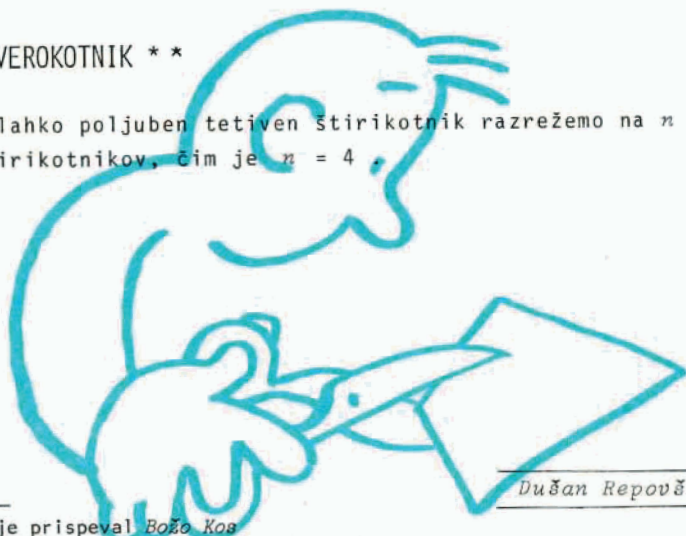
© 2010 DMFA - založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

---

## TETIVNI ČETVEROKOTNIK \* \*

Dokaži, da lahko poljuben tetiven štirikotnik razrežemo na  $n$  tetivnih štirikotnikov, čim je  $n = 4$ .

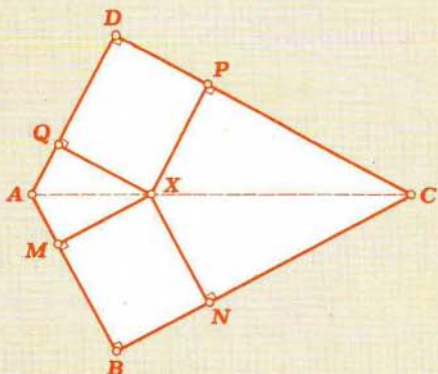


Dušan Repovš

\* Karikaturu je prispeval Božo Kos

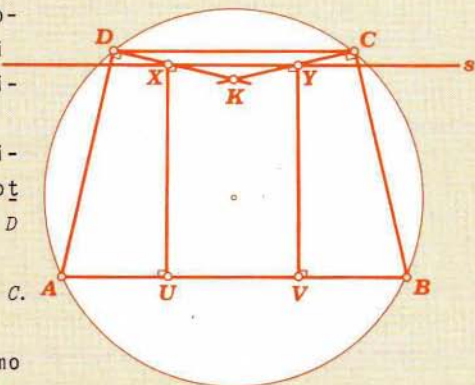
\*\* Naloga je s 14. mednarodne matematične olimpiade, Torun 1972

1<sup>o</sup> Naj ima četverokotnik vsaj en pravi kot. Ker je tetiven, je tudi nasproten kot pravi. Razdelitev na 4 tetivne četverokotnike poteka takole:



Pravi kot je v oglišču  $B$ . Izberemo poljubno točko na diagonali  $AC$ . Iz nje narišemo pravokotnico na stranice. S tem smo že dobili 4 tetivne četverokotnike, dva sta celo pravokotnika. Pravokotnik lahko razdelimo na poljubno število pravokotnikov. Potemtakem je v tem primeru razdelitev možna.

2<sup>o</sup> Naj bodo zdaj vsi koti ostri ali topi, le  $90^\circ$  naj ne meri nobeden izmed njih. Enostavno dokažemo, da obstaja stranica, ob kateri sta oba kota topa. Označimo jo s  $CD$ .



Takole ravnajmo: Konstruirajmo daljico  $XD$ , pravokotno na daljico  $AD$  v točki  $D$  in prav tako daljico  $YC$ , pravokotno na  $BC$  v točki  $C$ . Presečno točko daljic  $XD$  in  $YC$  označimo  $K$ . Narišimo premico  $s$ , vzporedno daljici  $AB$ , in sicer naj se  $s$  seka z daljico  $XD$  znotraj daljice  $DK$  in z daljico  $YC$  znotraj daljice  $CK$ . Narišimo pravokotnici iz  $X$  in  $Y$  na daljico  $AB$ .

\*Bralec naj premisli o eksistenci take premice  $s$ .

Tako smo dobili 4 četverokotnike. Četverokotnika  $AUXD$  in  $VBCY$  sta tetivna.  $UVYX$  je pravokotnik. Pokazati moramo še, da je četverokotnik  $XYCD$  prav tako tetiven. V ta namen je potrebno in zadostno, če pokažemo, da je

$$\text{kot}(XDC) + \text{kot}(XYC) = \pi$$

Ker je četverokotnik  $ABCD$  tetiven, velja

$$\text{kot}(ADC) + \text{kot}(ABC) = \pi$$

Poiščimo

$$\text{kot}(XDC) + \text{kot}(XYC) = \text{kot}(ADC) - \pi/2 + 2\pi - \pi/2 - \text{kot}(VYC)$$

Iz četverokotnika  $VBCY$  vidimo, da je

$$\text{kot}(VYC) = \pi - \text{kot}(ABC)$$

To uporabimo in dobimo

$$\begin{aligned} \text{kot}(XDC) + \text{kot}(XYC) &= \text{kot}(ADC) + \pi - \pi + \text{kot}(ABC) = \\ &= \text{kot}(ADC) + \text{kot}(ABC) = \pi \end{aligned}$$

S tem smo trditev dokazali.

Ker lahko pravokotnik vedno razdelimo na poljubno število pravokotnikov, smo z našim sklepanjem dokazali, da lahko vsak tetivni četverokotnik razdelimo na poljubno število tetivnih četverokotnikov, če jih sme biti več kot tri. Bralec naj razmisli, kako bi bilo za  $n = 2$  ali 3.

---

*Dušan Repovš*

---

[1] Matematičko-fizički list, Zagreb, 23(1972/73)3

HIŠNA ŠTEVILKA - rešitev iz P VI/2, str. IV

Rešitvi: 35 in 49 , 204 in 288

---

*Vladimir Batagelj*

---