

# PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik 5 (1977/1978)

Številka 3

Strani 183-187

Janez Žitnik:

## O GIBANJU RAKET

Ključne besede: fizika.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/5/5-3-Zitnik.pdf>

© 1978 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2009 DMFA - založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

## O GIBANJU RAKET

Na kratko opišimo delovanje rakete, tehnične podrobnosti bomo pustili ob strani. Raketo sestavljajo ogrodje, gorivo in koristni tovor, na primer instrumenti. Gorivo iz rezervoarjev priteka v izgorevalno komoro. Tam zgori, nastali plini pa z veliko hitrostjo iztekajo skozi izpušne šobe in potiskajo raketo. Gorivo izteka v stalnem toku in masa rakete se manjša. Dokler je še kaj goriva, potiska raketo stalna sila iztekajočih plinov  $F = \phi_m v_o$ . S  $\phi_m$  označimo masni tok iztekajočih plinov, z  $v_o$  pa njihovo hitrost. Čim manjši je koristni tovor, tem bolj ga z dano maso goriva pospešimo. Če želimo poslati v vesolje mnogo instrumentov, potrebujemo pač več goriva. Masa rakete je zato večja in za pospeševanje rakete potrebujemo večjo silo. Končna hitrost rakete je odvisna od hitrosti izpušnih plinov in razmerja med začetno maso rakete in koristnega tovora. Enačbo, ki pove, kolikšna je končna hitrost rakete, je leta 1903 izpeljal ruski znanstvenik K.E. Ciolkovski. Zapišimo in pojasnimo jo:

$$v = v_o \cdot \ln \frac{m_o}{m}$$

Tu so:  $v_o$  hitrost iztekajočih plinov,  $m_o$  začetna masa rakete in  $m$  masa koristnega tovora skupno z ohišjem rakete. Zapisana enačba velja, če se raketa giblje v breztežnem prostoru.

Enačbo Ciolkovskega še izpeljimo. Izpeljava ne bo čisto neoporečna, čeprav bo rezultat pravilen. Zaradi lažjega računa si bomo zamislili, da gorivo izgoreva v kosih. V kratkem času naj zgori kos goriva, ki ima  $N$ -krat manjšo maso kot je trenutna masa rakete. V resnici to ne drži, saj smo videli, da raketni motorji izpihajo stalni masni tok plina. V našem poenostavljenem primeru se raketa sicer drugače pospešuje kot v resnici, končna hitrost pa je enaka kot prej. Hitrost iztekajočih plinov glede na raketo naj bo  $v_o$ . Skupna gibalna količina rakete in izteklih plinov je konstantna. Naj bo  $m_o$  začetna masa rakete. Gibalna količina plinov, nastalih iz prvega kosa gori-

va z maso  $m_0/N$ , je  $m_0 v_0/N$ . Sprva mirujoča raketa pri tem doseže hitrost  $v_1$ , njena gibalna količina je  $(m_0 - m_0/N)v_1$ . Preostala masa rakete je  $m_1 = m_0(1-1/N)$ . Iz ohranitve skupne gibalne količine sledi za hitrost rakete  $v_1 = v_0(N-1)$ . Ko zgori drugi kos goriva, katerega masa je spet  $N$ -krat manjša kot trenutna masa rakete, je hitrost rakete  $v_2$ . Masa rakete je potem  $m_2 = m_0(1-1/N)^2$ . Ohranitev skupne gibalne količine v sistemu, zvezanem z raketo, da:  $m_1 v_0/N = m_2(v_2 - v_1)$ . Iz tega izračunamo hitrost rakete potem, ko zgori drugi kos goriva:  $v_2 = v_1 + v_0 m_1 / N m_2 = 2v_0 / (N-1)$ . Ko zgori  $k$ -ti kos goriva, je masa rakete  $m_k = m_0(1-1/N)^k$ , hitrost rakete pa je  $v_k = kv_0 / (N-1)$ . Če hočemo, da ima raketa v tem trenutku neko določeno hitrost  $v$ , mora biti:  $k = v(N-1)/v_0$ . Tedaj je masa rakete ravno:

$$m = m_k = m_0 \left\{ (1-1/N)^{v(N-1)/v_0} \right\} = m_0 \left\{ (1-1/N)^{N-1} \right\}^{(v/v_0)}$$

V resnici gorivo ne zgoreva v kosih, ampak zvezno. Če se hočemo z našim modelom približati resničnim razmeram, moramo vzeti zelo veliko majhnih kosov goriva. Ko se  $N$  veča preko vseh meja, gre izraz  $(1-1/N)^{N-1}$  proti določeni vrednosti  $1/e = 0,6378\dots$ . Število  $e = 2,7182\dots$  je osnova naravnih logaritmov. Enačbo za maso sedaj zapišemo v dokončni obliki:

$$m = m_0 e^{-(v/v_0)}$$

Ko logaritmiramo in preuredimo, je pred nami enačba Ciolkovskega:

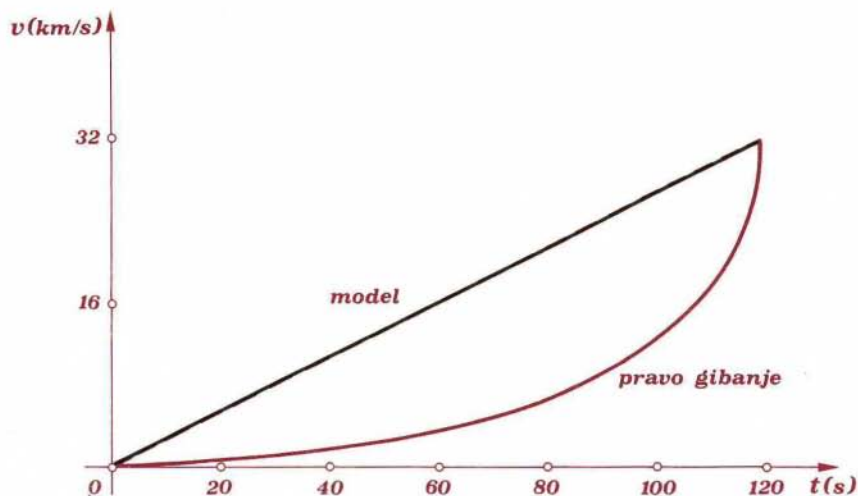
$$v = v_0 \cdot \ln \frac{m_0}{m}$$

Za primer izračunajmo, koliko goriva potrebujemo, da v vesolju pospešimo sprva mirujočo raketo s hitrostjo 33 km/s. Hitrost iztekajočih plinov naj bo 7 km/s. Iz enačbe Ciolkovskega sledi:  $m/m_0 = e^{-4,7} = 0,009$ . To pomeni, da potrebujemo za pospešitev 100 kg koristnega tovora kakih 10 000 kg goriva. Tabela in diagram kažeta, kako se spreminjata hitrost in masa rakete v odvisnosti od časa za naš model gibanja in za resnično gibanje. Računali smo, da raketni motorji izpihujejo po 82,5 kg plina na sekundo. Pri modelnem gibanju izpihnejo raketni motorji dvanajst kosov goriva, od katerih ima vsak 3,5-krat manjšo ma-

so, kot je trenutna skupna masa rakete. Iz diagrama se vidi, da se v resnici giblje raketa ob koncu delovanja motorjev z veliko večjim pospeškom kot na začetku, saj stalna potisna sila motorjev potiska tedaj veliko manjšo maso kot v začetku. Na začetku hitrost skoraj enakomerno narašča, ker se masa zaradi razmeroma majhnega masnega toka le počasi zmanjšuje. Pri našem preprostejšem modelu gibanja je potisna sila motorjev odvisna od trenutne mase rakete. Razmerje med potisno silo in maso rakete je konstantno, zato je tudi pospešek konstanten.

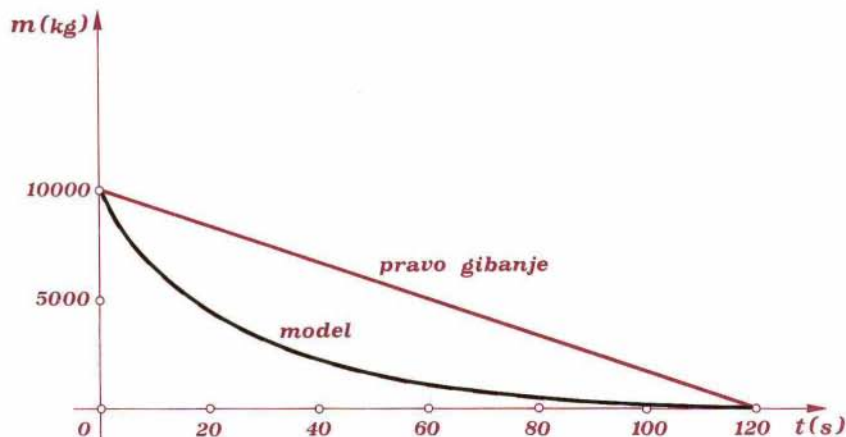
$t$ (s)	$v$ (km/s)	$m$ (kg)	$v$ (km/s) model	$m$ (kg) model
0	0	10000	0	10000
10	0,6	9175	2,8	6845
20	1,26	8350	5,6	4686
30	1,99	7525	8,4	3207
40	2,80	6700	11,2	2145
50	3,72	5875	14,0	1503
60	4,78	5050	16,8	1028
70	6,03	4225	19,6	704
80	7,55	3400	22,4	482
90	9,50	2575	25,2	330
100	12,20	1750	28,0	225
110	16,66	925	30,8	154
120	32,50	100	33,0	102

Z enostopenjskimi raketami ne moremo doseči prav velikih hitrosti. To se posreči z večstopenjskimi raketami. Te so sestavljene iz več zaporednih pogonskih raket, instrumenti pa so v konici zadnje rakete. Najprej potiska raketo prva stopnja. Ko ta porabi vse gorivo, je opravila nalogo. Ogrodje, rezervoarji za gorivo in motor odpadejo od rakete in pogon prevzame druga stopnja. Ko prva stopnja odpade, se masa rakete močno zmanjša. To je ugodno, saj motorjem druge stopnje ni treba rabiti svoje moči za pospeševanje odvečne mase motorjev, rezervoarjev in ogrodja prve stopnje. Ko druga stopnja opravi svoje delo, odpade. Njeno delo prevzame naslednja stopnja. Ko odpade zadnja



Sl. 1a: Hitrost rakete pri gibanju v breztežnem prostoru. Polna črta označuje hitrost rakete, ki izpihuje stalni tok plinov. Črtkana črta označuje povprečno hitrost rakete, ki izpihuje pline v sunkih, katerih masa je sorazmerna s trenutno maso rakete. Končna hitrost je v obeh primerih enaka, če je enako razmerje med začetno in končno maso rakete in je enaka hitrosti izpušnih plinov.

Sl. 1b: Masa rakete pri gibanju s prejšnje slike.



stopnja, ima kapsula z instrumenti ali s človeško posadko že dovolj veliko hitrost, da ubeži privlačni sili Zemlje. Običajno je razmerje med skupno maso in maso ohišja za vse stopnje rakete približno enako. Če prva stopnja pospeši raketo do hitrosti  $v$ , pospeši druga stopnja raketo do hitrosti  $2v$ , tretja stopnja pa do hitrosti približno  $3v$ .

Zelo znani večstopenjski raketi sta ameriški raketi Saturn in Titan. Prvo stopnjo rakete Saturn 1B sestavlja osem manjših raket s skupno potisno silo kakih 7000000 N. V motorjih izgorvata tekoči kisik in kerozen. Drugo stopnjo poganja šest motorjev na tekoči vodik s skupno potisno silo 420000 N. Za tretjo stopnjo uporabljajo običajno kako manjšo raketo. Masa rakete ob vzletu je 550 ton, v vesolje ponese kakih 15 ton koristnega tovora. Za polete na Luno so uporabljali izboljšano verzijo Saturn 5. Tristopenjska raketa s skupno višino 110 m lahko ponese v vesolje 130 ton koristnega tovora. Prvo stopnjo Saturna 5 poganja pet motorjev. Vsak ima osemkrat tolikšno potisno silo kot cela prva stopnja Saturna 1B. Raketa Titan 2 je visoka 32 m, njena skupna masa pa je 150 ton. Pogonsko gorivo je hidrazin. Potisna sila motorjev prve stopnje je 2000000 N, druge stopnje pa 450000 N. Ta raketa lahko ponese v vesolje le okoli tri tone koristnega tovora.

Velik pomen v razvoju raketarstva ima gorivo. Tabela kaže nekaj podatkov za največ uporabljana goriva:

Gorivo	Reakcija	Sežigna toplota	Hitrost plinov
aceten	$2C_2H_2+5O_2 \rightarrow 4CO_2+2H_2O+611kcal$	2880 kcal/kg	4,9 km/s
vodik	$2H_2+O_2 \rightarrow 2H_2O+115kcal$	3220 kcal/kg	5,2 km/s
aluminij	$4Al+3O_2 \rightarrow 2Al_2O_3+788 kcal$	3860 kcal/kg	5,6 km/s
berilij	$2Be+O_2 \rightarrow 2BeO+292 kcal$	5840 kcal/kg	7,0 km/s

Tehnologi iščejo nova goriva, pri katerih bo specifična sežigna toplota in s tem izpušna hitrost večja. Tako bo bližnji vesoljski prostor človeku lažje dosegljiv.

*Janez Žitnik*