

PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik 32 (2004/2005)

Številka 1

Strani 15

Vladimir Batagelj:

ULAMOVA SPIRALA

Ključne besede: rekreacijska matematika, kvadratna mreža, naravna števila, praštevila, gostota praštevil.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/32/1581-Batagelj.pdf>

© 2004 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2010 DMFA - založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

ULAMOVA SPIRALA

Spodnji prispevek o Ulamovi spirali je bil objavljen v **1. letniku Preseka 1973/74**. Z veseljem ugotavljamo, da je danes ravno tako zanimiv, kot je bil pred tridesetimi leti. Za boljše razumevanje dodajmo, da je naravno število večje od 1 *praštevilo*, če je deljivo le z 1 in s samim seboj.

Ulamovo spiralo dobimo tako, da polja kvadratne mreže oštevilčimo po spirali od 1 naprej (glej sliko). Pri tem vsak kvadrater, kateremu pripada praštevilo, zapolnimo. Če narišemo Ulamovo spiralo za večje število kvadratkov, dobimo zanimiv vzorec, ki nam nazorno pokaže gostoto praštevil v množici naravnih števil.

NALOGE

Sosedi kvadratka v mreži so kvadratki, ki ga obkrožajo, to je, imajo z njim vsaj eno skupno točko. Vsak kvadrater ima osem sosedov.

1. Pokaži, da v Ulamovi spirali ne obstajata dva zapolnjena kvadratka, ki bi imela skupno stranico, če izvzamemo sosede kvadratkov s številko 2.

2. Pokaži, da v Ulamovi spirali noben kvadrater, razen kvadratka s številko 12 (zakaj?), nima več kot štiri zapolnjene sosede.

Vladimir Batagelj

101	100	99	98	97	96	95	94	93	92	91
102	65	64	63	62	61	60	59	58	57	90
103	66	37	36	35	34	33	32	31	56	89
104	67	38	17	16	15	14	13	30	55	88
105	68	39	18	5	4	3	12	29	54	87
106	69	40	19	6	1	2	11	28	53	86
107	70	41	20	7	8	9	10	27	52	85
108	71	42	21	22	23	24	25	26	51	84
109	72	43	44	45	46	47	48	49	50	83
110	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82
111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121

Ker so računalniki v zadnjih tridesetih letih doživeli nesluten razvoj, vam zastavljamo še naslednjo nalogo: S programom čim lepše narišite Ulamovo spiralo; pri tem sami izberite njeno velikost. Poleg slike nam pošljite tudi kratek opis rešitve. Rešitve pošljite do konca novembra 2004 na Presekov elektronski ali poštni naslov. Najlepšo sliko bomo objavili v eni od naslednjih števil.

Uredniški odbor Preseka

presek@dmfa.si

REŠITVE

1. Izmed dveh kvadratkov s skupno stranico eden vedno vsebuje sodo, drugi pa liho število. Edino sodo število, ki je tudi praštevilo, pa je 2. 2. Vsak kvadrater ima osem sosedov, med njimi natanko štirje vsebujejo liha števila. Torej imamo med sosedi kvadratov štiri praštevila. Izjema je situacija, ko je med sosedi tudi kvadrater s številom 2.