

# PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik 30 (2002/2003)

Številka 4

Strani 213-217

Marija Vencelj:

## **MALA ŠOLA ŠTEVILSKIH SESTAVOV**

Ključne besede: naloge, teorija števil, številski sestavi.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/30/1522-Vencelj-sola.pdf>

© 2003 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2010 DMFA - založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

## MALA ŠOLA ŠTEVILSKIH SESTAVOV

### Zapisi števil v različnih številskih sestavih

Z različnimi številskimi sestavi se srečamo že v osnovni šoli. Zato na hitro ponovimo najnujnejše, potem pa kar k računskim primerom, s katerimi bomo znanje zares udomačili.

Vemo, da

$$10\ 110\ 100\ 111_2$$

pomeni v dvojiškem sestavu (sistemu) zapisano število, katerega vrednost izračunamo takole:

$$1 \cdot 2^{10} + 0 \cdot 2^9 + 1 \cdot 2^8 + 1 \cdot 2^7 + 0 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2 + 1 = 1447.$$

Na desni je to število zapisano v desetiškem sestavu, torej je

$$10\ 110\ 100\ 111_2 = 1447 = 1447_{10} = 1 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 + 7.$$

Isto število lahko zapišemo tudi

$$1222121_3 = 112213_4 = 21242_5 = \dots = 17_{1440} = \dots = 10_{1447} = \dots$$

V splošnem velja: Če je  $a$  poljubno naravno število, različno od 1, lahko vsako naravno število  $n$  na natanko en način zapišemo v obliki

$$n = x_m a^m + x_{m-1} a^{m-1} + x_{m-2} a^{m-2} + \dots + x_2 a^2 + x_1 a + x_0, \quad (1)$$

kjer so koeficienti  $x_k$  nenegativna cela števila, manjša od  $a$ , torej kvečjemu enaki  $a - 1$ . Pravimo, da smo število  $n$  zapisali v številskem sestavu z osnovo  $a$ , koeficiente  $x_k$  imenujemo številke števila  $n$  v tem sestavu.



Običajno same vsote (1) ne pišemo, ampak zapišemo samo niz števk z osnovo v oklepaju na koncu niza, kot vidimo v zgornjih številskih primerih, v splošnem torej

$$\overline{x_m x_{m-1} x_{m-2} \dots x_2 x_1 x_0}_a.^1$$

Iz takega zapisa je moč vsoto (1) in z njo vrednost števila  $n$  enolično razbrati. Po dogovoru pisanje osnove 10 opuščamo, če ne more priti do nesporazuma. Enako velja za osnovo 2 v informatiki.

Pisno seštevanje, odštevanje, množenje in deljenje, ki smo se jih v šoli naučili za desetiško zapisana števila, poteka praktično na enak način tudi v drugih številskih sestavih. Paziti moramo le, da ostanejo številke manjše od osnove sestava. To dosežemo pri  $a = 10$  s t.i. desetiškim prenosom. Če dobimo npr. pri pisnem seštevanju v nekem stolpcu vsoto 32, zapišemo samo 2, razliko  $30 = 3 \cdot 10$  pa prenesemo v sosednji stolpec na levi (z besedami: "3 dalje"). Podobno ravnamo pri drugih osnovah. Skupaj si ogledjmo primer za seštevanje, za množenje ga napravite sami.

račun	miselna spremljava
256 <sub>7</sub>	6 + 3 = 9 = 12 <sub>7</sub> , zapišemo 2, 1 dalje;
+153 <sub>7</sub>	1 + 5 + 5 = 11 = 14 <sub>7</sub> , zapišemo 4, 1 dalje;
442 <sub>7</sub>	1 + 2 + 1 = 4, zapišemo 4.

Dovolj uvoda, na vrsti so naloge! Za začetek dve številski križanki.

- Opisi gesel so podani v sestavih z različnimi osnovami, odgovore vpišite po desetiško.

**Vodoravno:**

- 411<sub>5</sub>
- 33<sub>4</sub>
- 42<sub>8</sub>
- 300<sub>6</sub>

**Navpično:**

- 23<sub>4</sub>
- 300<sub>5</sub>
- 15<sub>7</sub>
- 136<sub>8</sub>
- 40<sub>9</sub>
- 44<sub>6</sub>

1				2
			3	
	4			
5				6
		7		

<sup>1</sup> Nad števčkami smo narisali črto, da zapisa ne bi pomotoma razumeli kot produkt števk  $x_m, x_{m-1}, \dots, x_1, x_0$ . Pri številskih števkih to ni potrebno, saj npr. produkta števil 2 in 3 ne pišemo 23, ampak 2 · 3.

2. Opisi so podani v desetiškem sestavu, odgovore vpišite v križanko po petiško. Osnove 5 ne vpisujte.

**Vodoravno:**

1. 8
3. 39
6. 124
7. 15
8. 21
9. 18
11. 12
12. 90
14. 38
15. 23

**Navpično:**

1. 49
2. 19
4. 66
5. 20
9. 87
10. 103
11. 11
13. 19

1	2		3	4	5
6				7	
			8		
	9				10
11			12	13	
14				15	

3. Dopolnite tabelo:

	osnova 10	osnova _	osnova _	osnova _
a	7			
b	10			
c		30		
č	29	131	104	45
d			33	
e			202	
f				53
g		303		
h				111

4. Izračunajte v osmiškem sestavu (brez prehoda v desetiškega):

(a)  $13_8 + 17_8$

(b)  $46_8 - 27_8$

5. Računajte v danem številskem sestavu:

(a)  $13_4 + 32_4$

(f)  $123_8 \times 14_8$

(b)  $133_5 + 23_5$

(g)  $31_5 : 2_5$

(c)  $43_6 - 15_6$

(h)  $32_6 : 4_6$

(d)  $32_5 - 14_5$

(i)  $476_9 \times 10_9$

(e)  $23_4 \times 12_4$

## Ulomkovna pika ali vejica

Podobno kot uporabljamo v desetiškem zapisu decimalno piko ali vejico, uporabljamo ulomkovno piko ali vejico tudi v drugih sestavih. Velja

$$\overline{x_m x_{m-1} \dots x_1 x_0 . x_{-1} x_{-2} \dots a} = x_m a^m + x_{m-1} a^{m-1} + \dots + x_1 a + x_0 + x_{-1} a^{-1} + x_{-2} a^{-2} + \dots$$

Tako je

$$10.11_2 = 2 + 2^{-1} + 2^{-2} = 2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = 2\frac{3}{4}, \quad 0.21_3 = \frac{2}{3} + \frac{1}{9} = \frac{7}{9}, \dots$$

6. Zapiši drugače:

(a)  $3.3_4$

(d)  $0.2_4$

(b)  $1.5_6$

(e)  $0.3_6$

(c)  $4.5_8$

(f)  $0.4_8$

7. Naslednji računi so zapisani v dvojiškem sestavu (osnove nismo pisali), zapišite tako tudi rezultate. Uporabite pisni način, kjer je potrebno.

(a)  $10101 + 1011$

(e)  $1101 - 111$

(b)  $1001011 + 11100$

(f)  $1000.101 - 0.111$

(c)  $1110.01 + 101.11 + 100.01$

(g)  $101 \times 101$

(d)  $101.101 + 11.11 + 1.0011$

(h)  $101.01 \times 1.01$

8. Rešite križanko, ki je popolnoma dvojiška.

**Vodoravno:**

1.  $1011 + 11$       **1000.10 000 : 100**

101.  $1110 : 10$       **1010.100 - 1**

110.  $1 + 1$       **1011.111 - 10**

111.  $10 + 1$       **1101.111 \times 11**

**Navpično:**

1.  $111 \times 10$       **110.11 + 10**

10.  $1 + 10 + 100$       **1001.1111 - 1010**

11.  $1.1 \times 10$       **1011.1.1 + 0.1**

100.  $1101 + 110$       **1100.100 : 10**

1	10	11			100
101				110	
111			1000		
		1001		1010	
	1011		1100		
1101					

**Sestavi z osnovo večjo od 10**

Če osnova številskega sestava ne presega 10, uporabljamo za označevanje števk ustrezne znake za desetiške številke, v osnovi 7 npr. 0, 1, 2, 3, 4, 5 in 6. Če je osnova večja od 10, moramo za številke nad 9 uvesti nove oznake. Za osnovo 12 potrebujemo npr. novi oznaki za številki deset in enajst. Ponuja se izbira D za deset in E za enajst. Pri taki izbiri v sestavu z osnovo 12 štejemo takole:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, D, E, 10, 11, 12, 13, ...

Če pri osnovi 14 izberemo za deset, enajst, dvanajst in trinajst oznake A, B, C, D, poteka štetje takole:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17,  
18, 19, 1A, 1B, 1C, 1D, 20, ...

9. Izračunajte v dvanajstiskem sestavu:

(a)  $29 + 37$

(d)  $D + D$

(b)  $46 + 6$

(e)  $D \times 2$

(c)  $25 + 27$

(f)  $12 \times 11$

Tako, pri koncu smo. Sedaj pa k nagradni nalogi na str. 194, če je še niste rešili.

*Marija Vencelj*

Rešitve so na strani 236.

---