

PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik 14 (1986/1987)

Številka 2

Strani 108-109

Dragoljub M. Milošević, prevod Peter Šemrl:

RAZRED S-TRIKOTNIKOV

Ključne besede: matematika, analiza.

Elektronska verzija:

<http://www.presek.si/14/826-Milosevic-Semrl.pdf>

© 1986 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2010 DMFA - založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

RAZRED S-TRIKOTNIKOV

Poznamo več razredov trikotnikov, ki imajo kakšno določeno lastnost, s pomočjo katere lahko zanje dokažemo mnoge druge lastnosti. Tako na primer za pravokotne trikotnike velja, da je kvadrat hipotenuze enak vsoti kvadratov katet. Mi bomo obravnavali razred S -trikotnikov, ki imajo nekaj zanimivih lastnosti.

DEFINICIJA. Trikotnik s stranicami a, b, c ($a < b < c$) je S -trikotnik natanko tedaj, ko so njegove stranice členi aritmetičnega zaporedja. To pomeni obstoj takega pozitivnega števila d , da velja $b = a + d$ in $c = a + 2d$.

IZREK 1. Vsak S -trikotnik zadošča relaciji $v_b = 3r$, kjer smo z v_b označili višino na stranico b in s črko r polmer včrtanega kroga.

Dokaz. Vsak S -trikotnik zadošča relaciji

$$a + c = 2b \quad (1)$$

in zato velja

$$2s = a + b + c = (a + c) + b = 3b \quad (2)$$

Ker je ploščina trikotnika enaka $P = (1/2)b \cdot v_b = r \cdot s$, dobimo $v_b = (2rs)/b$. Ta relacija nam da skupaj z enačbo (2) željeni rezultat.

IZREK 2. Naj bo S -trikotnik pravokoten. Potem je kvocient radija včrtanega kroga s stranico kvadrata, ki je včrtan v trikotnik tako, da je eno njegovo oglišče na hipotenuzi, dve stranici pa na katetah (glej sliko), enak $7/12$.

Dokaz. Označimo stranico včrtanega kvadrata z x . Ploščina trikotnika ABC je enaka vsoti površin trikotnikov ACD in BCD , tako da velja $(1/2)ab = (1/2)bx + (1/2)ax$. Od tod sledi $x = ab/(a + b)$. Ker je $r = P/s = ab/(a + b + c)$, dobimo

$$r/x = (a + b)/(a + b + c) \quad (3)$$

Pitagorov izrek, uporabljen skupaj z relacijo (1), nam pove, da je $b = (4/3)a$ in $c = (5/3)a$. Torej iz (3) sledi: $r/x = 7/12$. S tem je izrek dokazan.



