PRESEK
List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652
Letnik **13** (1985/1986)
Številka 1
Strani 9–15

Janez Strnad:

ALI JE NOGOMET IGRA NA SREČO

Ključne besede: fizika.

Elektronska verzija: http://www.presek.si/13/747-Strnad.pdf

ALI JE NOGOMET IGRA NA SREČO

Pri tej *najpomembnejši postranski zadevi* bi se fiziki lahko zanimali za hitrost žoge ali za silo igralčeve noge na žogo. Vendar si to pot postavimo raje bolj nenavadno vprašanje, ki je zapisano v naslovu. Odgovor nanj uganemo vnaprej. Nogomet je v veliki meri igra na srečo. Če ne bi bilo tako, ne bi bilo športne napovedi. Sestavek poskuša utemeljiti to trditev po nekoliko ovinkasti, a poučni poti.

☆

Najprej poiščimo seznam rezultatov vseh tekem v kakem tekmovanju, denimo v naši prvi ligi. Podatke za sezono 1976/77 najdemo na primer v *Almanahu* 1978 ČGP Delo.

V ligi z 18 moštvi ima vsako moštvo 17 nasprotnikov, s katerimi igra doma in v gosteh. Tako vsako moštvo v sezoni odigra 2.17 = 34 tekem. Vseh tekem skupaj v eni sezoni pa je (1/2).18.34 = 306. Z dve smo morali deliti, ker bi sicer vsako tekmo šteli dvakrat, pri prvem in še pri drugem moštvu.

Najprej si izberimo eno izmed moštev in se zanimajmo za število golov, ki jih je dalo na tekmah ene sezone. Vzemimo beograjsko Crveno zvezdo, ki je bila v sezoni 1976/77 prva. Naredimo si pregled tekem po številu golov, ki jih je dalo na tekmo to moštvo. Ugotovimo, da Crvena zvezda na 5 tekmah ni dala nobenega gola, na 9 tekmah po 1 gol, na 11 tekmah po dva gola, na 3 tekmah po 3 gole, na 4 tekmah po 4 gole, na 1 tekmi 5 golov in na 1 tekmi 6 golov. Delimo število tekem s številom vseh tekem, to je s 34, pa dobimo *relativno pogostost*, s katero nastopajo tekme z danim številom golov. Tako pridemo do *porazdelitve* tekem, pravzaprav njihove relativne pogostosti $p(n)$, po številu n danih golov na tekmo. Porazdelitev prikažemo s tabelo:

n	$Np(n)$	$p(n)$
0	5	0,15
1	9	0,26
2	11	0,32
3	3	0,09
4	4	0,12
5	1	0,03
6	1	0,03
	34	1,00

V prvem stolpcu je število danih golov na tekmo, v drugem stolpcu ustrezno število tekem in v tretjem relativna pogostost. Vsota drugega stolpca da polno število tekem 34, vsota relativnih pogostosti v tretjem pa 1. Zadnjo trditev zapišemo z enačbo

$$\sum_{n=0}^{\infty} p(n) = 1$$

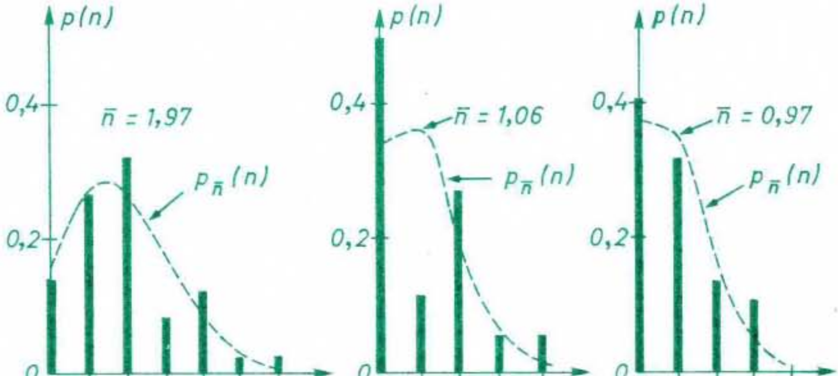
Neskončnost ∞ ima tu le simboličen pomen, ker nastopa v vsoti v resnici samo malo členov, v našem primeru samo 7.

Porazdelitev prikažemo še z diagramom. Na vodoravno os nanesemo število n danih golov na tekmo, na navpično os pa relativno pogostost p: pri danem številu golov n narišemo navpično daljico z višino $p(n)$, ki ustreza relativni pogostosti pri tem številu golov (sl. 1a). Take porazdelitve za sezono 1976/77 izračunamo in jih prikažemo z diagramom še za ljubljansko Olimpijo, ki je bila 12. (sl. 1b), in sarajevski Železničar, ki je bil 18. (sl. 1c).

Iz dobljenih podatkov ni težko izračunati povprečnega števila golov, ki jih je dalo v sezoni 1976/77 kako moštvo. Število golov n pomnožimo z ustrezno relativno pogostostjo in prispevke seštejemo:

$$\bar{n} = \sum_{n=0}^{\infty} n\, p(n)$$

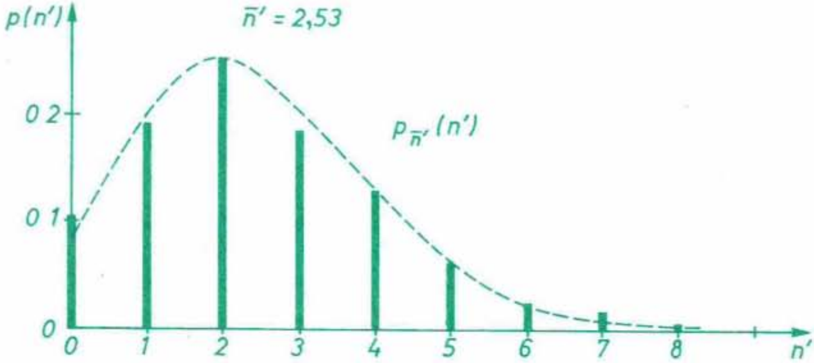
Do enakega rezultata pridemo, če število vseh golov delimo s številom vseh tekem. Tako dobimo za Crveno zvezdo $\bar{n}$ = 1,97, za Olimpijo $\bar{n}$ = 1,06 in za



Slika 1. Porazdelitev števila prvoligaških tekem po številu danih golov na tekmo za Crveno zvezdo (a), Olimpijo (b) in Železničarja (c) v sezoni 1976/77. Zaradi nazornosti ponazorimo Poissonovo porazdelitev s črtkano krivuljo, kot da bi se n lahko spreminjal zvezno.

Železničarja $\overline{n}$ = 0,97. Ni nujno, da bi moštvo, ki da v povprečju več golov, vedno zavzelo višje mesto, čeprav je v našem primeru tako.

Število tekem enega moštva, to je 34, je razmeroma majhno. Zato se v porazdelitvah pokažejo nekatere neenakomernosti, na primer pri Crveni zvezdi več tekem s 4 goli kot s 3.



Slika 2. Porazdelitev števila vseh prvoligaških tekem po številu golov na tekmo v sezoni 1976/77. Podatki so iz *Almanaha* 1978 ČGP Dela.

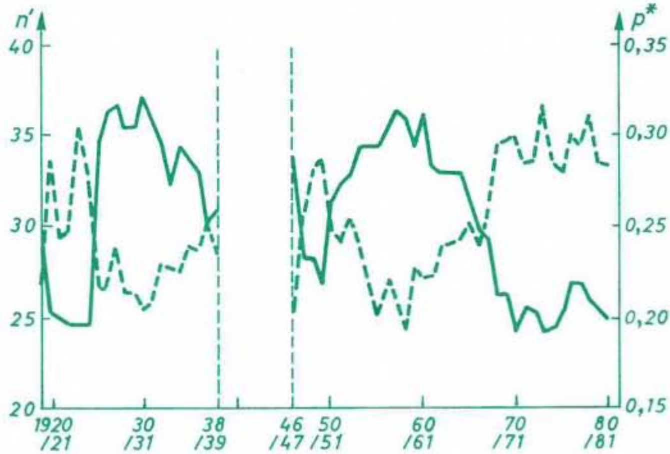
Več podatkov zajamemo, če upoštevamo vseh N' = 306 tekem ene sezone v prvi ligi. V tem primeru nam gre za število vseh golov na tekmi n', se pravi tistih, ki jih kako moštvo da, in tistih, ki jih prejme. Poiščimo torej relativne pogostosti tekem $p(n')$ po številu vseh golov na tekmo n'. Porazdelitev prikažemo z diagramom (sl. 2) in izračunamo povprečno število golov na tekmo $\overline{n}'$ = 2,53. Zdaj, ko je tekem precej več, v porazdelitvi ni izrazitih neenakomernosti.

☆

Jacka Dowieja, sodelavca Fakultete za sociologijo Odprte univerze v Milton Keynesu, je zanimalo nekaj drugega. V londonski reviji New Scientist je objavil članek *Slabost nogometa - smrtno neodločeno.* Za prvo in drugo angleško ligo s skupaj 44 moštvi je pregledal, kako sta se od leta 1920 do leta 1980 spreminjala delež neodločenih tekem $p^{☆}$ in povprečno število golov na tekmo $\overline{n}'$. Med obojim je ugotovil nedvomno zvezo (sl. 3), ki jo je na intervalu med nekako $\overline{n}'$ = 1 in $\overline{n}'$ = 4 približno opisal s premico (črtkano na sl. 4):

$$p^{☆} = 0{,}55 - 0{,}1\,\overline{n}'$$

V sezonah 1920/21 in 1980/81 se je, pri povprečnem številu golov na tekmo 2,5, končalo 0,28 ali 28% tekem neodločeno, v sezoni 1930/31 pri povprečnem številu golov 3,7 20% in v sezoni 1960/61 pri povprečnem številu golov 3,6 22%.



Slika 3. Tako sta se v prvi in drugi angleški ligi spreminjala med leti 1920 in 1980 povprečno število golov na tekmo $\bar{n}'$ (sklenjeno, leva skala) in delež neodločenih tekem p☆ (črtkano, desna skala). Povezave obeh ni mogoče spregledati. Slika je vzeta iz članka J. Dowieja *Football's failing - the deadly draw,* New Scientist, 27. 8. 1981. Med vojno 1939 — 1945 ni bilo ligaških tekmovanj.

Dowie misli, da bi privabili na nogometne tekme zopet več gledalcev, če bi dosegli večje število golov na tekmo in bi s tem zmanjšali delež neodločenih tekem. V tej zvezi razmišlja o zmanjšanju števila igralcev, povečanju golov, omiljenju ali odpravi pravila offside☆ in še o čem. Skrajno možnost vidi v tem, da bi sploh odpravili neodločen izid: pri izenačenem številu golov naj bi štelo na primer razmerje kotov ali tega, kolikokrat sta se dotaknila žoge vratarja.

Poglejmo še, kako je s tem v našem nogometu. V prvi ligi je v sezoni 1974/75 ob povprečnem številu golov 2,4 bilo 33% neodločenih tekem, v sezoni 1975/76 ob povprečnem številu golov 2,3 35% in v sezoni 1976/77 ob povprečnem številu golov 2,5 prav tako 35%.

☆ "Vsak igralec, ki je v trenutku oddaje žoge bliže nasprotnikovi prečni črti, kot je žoga, je v položaju offside, razen če je na svoji polovici igrišča, če sta med njim in nasprotnikovo prečno črto najmanj dva nasprotna igralca, če se je žoge zadnji dotaknil nasprotnik, če sprejme žogo neposredno po udarcu iz kota, udarcu od vrat, sodniškem metu ali metu žoge iz outa. Offside kaznuje sodnik s posrednim prostim strelom..." Pravilo 11, E. in W. Nordheim, *Leksikon športnih panog,* Mladinska knjiga, Ljubljana 1972.
Dowie razlaga zmanjšanje deleža neodločenih tekem v dvajsetih letih s spremembo tega pravila. Prej je pravilo zahtevalo najmanj tri nasprotne igralce.

Mimogrede se vsili misel, da bi učinkovitost kakega tekmovanja lahko izrazili s kvocientom

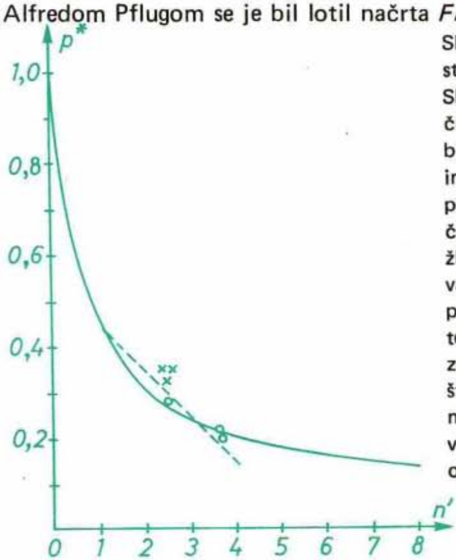
povprečno število golov na tekmo : delež neodločenih tekem.

Nekaj podatkov je zbranih v preglednici.

Sezona	kvocient
angleška prva in druga liga	
1920/21	8,9
1930/31	18,5
1960/61	16,4
1980/81	8,9
jugoslovanska prva liga	
1974/75	7,2
1975/76	6,6
1976/77	7,0

Po tem kvocientu pa ne smemo prenagljeno sklepati na mednarodni nogometni ugled kake države.

Dowiejeva razprava je zbudila pozornost Romana Sexla, profesorja teorijske fizike na dunajski univerzi. Skupaj s sodelavcema Alfredom Wehrlom in Alfredom Pflugom se je bil lotil načrta *Fizika v športu*, ki je povezan z izobra-



Slika 4. Delež neodločenih tekem v odvisnosti od povprečnega števila golov na tekmo. Sklenjena krivulja kaže rezultat $e^{-\bar{n}'} I_0(\bar{n}')$, črtkana premica pa Dowiejev empirični približek. Krožci ustrezajo podatkom za prvo in drugo angleško ligo, križci pa za našo prvo ligo. Po teh podatkih ni mogoče odločati med Dowiejevim empiričnim približkom in računskim rezultatom. – Pričakovali bi, da bi lahko kak rokometni rezultat pomagal pri tej odločitvi. Vendar je podatek za našo rokometno ligo s 14 moštvi v sezoni 1976/77, ko je bilo ob povprečnem številu golov na tekmo 47 16% neodločenih tekem, precej daleč od obeh. Glede števila golov je rokomet vsekakor zanimivejši od nogometa.

ževanjem odraslih ali po naše s študijem ob delu. (Od njega smo prevzeli osnovno misel, da je mogoče povečati zanimanje za fiziko, če z njo obravnavamo športne zadeve.) Sexl je s sodelavcema ob nekaterih predpostavkah izračunal drugačno zvezo med deležem neodločenih tekem in povprečnim številom golov na tekmo (sklenjena krivulja na sl. 4). Po tej odvisnosti bi se povprečno število golov moralo močno povečati, da bi se le malo zmanjšal delež neodločenih tekem. Če temu rezultatu verjamemo, ni vredno spreminjati pravil, kakor predlaga Dowie.

☆

Ali ne bi mogli pogledati malo v ozadje porazdelitev, ki smo jih spoznali? Poskusimo. Ta začetek obeta, da bo odstavek nekoliko zahtevnejši. Za tolažbo si zato izmislimo pravljico. Na poroki kraljične iz devete dežele s svinjskim pastirjem je bilo skupaj 1000 povabljenih. Ravno so gostje sedli za mizo, ko je začelo deževati. Gostje so se začeli že nekoliko nejevoljno ozirati na dobro vilo, ki je skrbela za gostijo, a so kmalu uvideli, da sodi dež k stvari. Vsaka kaplja se je na krožniku spremenila v cekin. Na 1000 krožnikih se je znašlo skupaj 1970 zlatnikov. (Marsikateri gost, ki je prej godrnjal, je zdaj obžaloval, da ni dlje deževalo.) Vsak gost je dobil tedaj v povprečju po 1,97 cekina (kot pri porazdelitvi na sliki 1a). Nekatere je zanimalo relativno število gostov, ki niso dobili nobenega cekina, in gostov, ki so dobili po 1, 2, 3, ... cekinov. Vila je pojasnila, da podaja relativne pogostosti tako imenovana Poissonova porazdelitev (in to tem bolje, čim več je gostov), ki jo zapišemo kot

$$p_{\bar{n}}(n) = (\bar{n})^n e^{-\bar{n}}/n!$$

n je število cekinov na krožniku (število golov na tekmo), $\bar{n}$ povprečno število cekinov na krožniku (povprečno število golov na tekmo) in $p_{\bar{n}}$ relativna pogostost. e = 2,718... je osnova naravnih logaritmov, $n!$ (n fakulteta ali n faktoriela) pa $n! = 1.2...(n-1).n$. Na sliki 1 in 2 so nakazane ustrezne Poissonove porazdelitve s črtkanimi krivuljami, kot da bi se n lahko zvezno spreminjal.

Predpostavimo, da dajo vsa moštva nekega tekmovanja v povprečju enako število golov $\bar{n}$ na tekmo. To že ni čisto res: kar primerjajmo Crveno zvezdo, Olimpijo in Željezničarja. Vendar moramo to predpostaviti, če naj ne bo računanje preveč zapleteno. Če pa je tako, lahko hitro izračunamo delež neodločenih tekem. Na neodločeni tekmi dasta prvo in drugo moštvo enako število golov. Delež tekem z izidom 0 : 0 je $p_{\bar{n}}(0).\,p_{\bar{n}}(0)$, delež tekem z izidom 1 : 1 $p_{\bar{n}}(1).p_{\bar{n}}(1)$ itd. Delež vseh neodločenih tekem dobimo, ko seštejemo prispevke te vrste:

$$p^{☆} = \sum_{n=0}^{\infty} p_{\bar{n}}(n).p_{\bar{n}}(n) = \sum_{n=0}^{\infty} [(\bar{n})^n e^{-\bar{n}}/n!\,]^2 = e^{-\bar{n}'} \sum (\bar{n}'/2)^{2n}/(n!)^2 = e^{-\bar{n}'} I_0(\bar{n}')$$

Postavili smo $\bar{n}' = \bar{n} + \bar{n} = 2\bar{n}$. Vsote $\sum\limits_{n=0}^{\infty} (\bar{n}'/2)^{2n}/(n!)^2$ sploh ni treba posebej računati, ker najdemo funkcijo $I_0(\bar{n}')$ že izračunano v tabelah. Funkcijo $e^{-\bar{n}'} I_0(n')$ kaže sklenjena krivulja na sliki 4.